

Пример: Пусть дано 2-КНФ

Айтеев Альнур 415

$$(x_1 \vee x_2)(x_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_5)(x_2 \vee x_3)(\bar{x}_2 \vee x_4)(x_2 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4)(x_3 \vee x_5)(x_4 \vee \bar{x}_5)$$

Необходимо выяснить, имеет ли единственное решение это выраж.

1) Выделим зеленым цветом все скобки с переменной x_2 .

$$(x_1 \vee x_2)(x_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_5)(x_2 \vee x_3)(\bar{x}_2 \vee x_4)(x_2 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4)(x_3 \vee x_5)(x_4 \vee \bar{x}_5)$$

Убираем x_2 : выбираем скобки $(x_2 \vee x_1)(x_2 \vee x_3)(x_2 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_2 \vee x_4)$

Представим это выражение в виде:

$$(x_2 \vee x_1)(x_2 \vee x_3)(x_2 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_2 \vee x_4) = \{(x \vee y)(x \vee z) = x \vee xy \vee xz \vee yz = x(y \vee z) \vee yz = x \vee yz\} =$$

$$= (x_2 \vee x_1 x_3 \bar{x}_5)(\bar{x}_2 \vee x_4) \iff (x_1 \vee x_4)(x_3 \vee x_4)(\bar{x}_5 \vee x_4)$$

Получим преобразованное выражение:

$$(x_1 \vee x_4)(x_3 \vee x_4)(\bar{x}_5 \vee x_4)(x_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_5)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4) \vee x_3 \vee x_5)(x_4 \vee \bar{x}_5)$$

2) Выделим синим цветом все скобки с переменной x_4 :

$$(x_1 \vee x_4)(x_3 \vee x_4)(\bar{x}_5 \vee x_4)(x_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_5)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4) \vee x_3 \vee x_5)(x_4 \vee \bar{x}_5)$$

Убираем x_4 : Из выражения $(x_4 \vee x_1)(x_4 \vee x_3)(x_4 \vee \bar{x}_5)(x_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3)$

Представим это выражение в виде:

$$(x_4 \vee x_1 x_3 \bar{x}_5)(\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3) \iff (x_1 \vee \bar{x}_3)(x_3 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_5 \vee \bar{x}_3) =$$
$$= (x_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_5 \vee \bar{x}_3)$$

Получим преобразованное выражение:

$$(x_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_5)(x_3 \vee x_5)(x_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_5 \vee \bar{x}_3)$$

3) Выделим фиолетовым цветом все скобки с переменной $\bar{x}_1$:

$$(\underline{x_1 \vee \bar{x}_3})(\underline{\bar{x}_1 \vee x_5})(x_3 \vee x_5)(\underline{x_1 \vee \bar{x}_3})(\bar{x}_5 \vee \bar{x}_3)$$

Используем переменную x_1 из выражения: $(\underline{x_1 \vee \bar{x}_3})(\underline{x_1 \vee \bar{x}_3})(\bar{x}_1 \vee x_5)$

Представим это выражение в виде:

$$(x_1 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_5) = \{ (x \vee y)(x \vee z) = x \vee xy \vee xz \vee yz = x(\vee y \vee z) \vee yz = x \vee yz \} = \\ = (x_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_5) \longleftrightarrow (\bar{x}_3 \vee x_5)$$

Получим преобразование: $(\bar{x}_3 \vee x_5)(x_3 \vee x_5)(\bar{x}_5 \vee \bar{x}_3)$

3) Выделим жёлтым цветом все скобки с переменной x_3 :

$$(\bar{x}_3 \vee x_5)(\underline{x_3 \vee x_5})(\bar{x}_5 \vee \bar{x}_3)$$

Используем переменную x_3 : $(\underline{x_3 \vee x_5})(\bar{x}_3 \vee x_5)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_5) =$

$$= (\underline{x_3 \vee x_5})(\bar{x}_3 \vee x_5 \bar{x}_5) \longleftrightarrow (\underline{x_3 \vee x_5}) \bar{x}_3$$

Если $x_3 = 0, x_5 = 1$ - формула верна



Задача 1:

$$a) (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4) (\underbrace{x_1 \vee \bar{x}_3} \underbrace{(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)} \underbrace{(x_1 \vee x_3)} \underbrace{(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)} (x_2 \vee \bar{x}_3) (\bar{x}_1 \vee x_2) (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)$$

Измним переменную x_1 : $\underbrace{(x_1 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)} \ominus$

Представим это выражение в виде:

$$\ominus (x_1 \vee x_3 \bar{x}_3) (\bar{x}_1 \vee x_2 \bar{x}_2 \bar{x}_3) \longleftrightarrow \underbrace{(x_3 \vee x_2)} \underbrace{(x_3 \vee \bar{x}_2)} \underbrace{(x_3 \vee \bar{x}_2)} \underbrace{(\bar{x}_3 \vee x_2)} \underbrace{(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2)} \underbrace{(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3)}$$

Получим преобразование:

$$\underbrace{(x_3 \vee x_2)} \underbrace{(x_3 \vee \bar{x}_2)} \underbrace{\cancel{x_3 \vee \bar{x}_3}} \underbrace{(\bar{x}_3 \vee x_2)} \underbrace{(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2)} \underbrace{\overbrace{(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3)}^{\bar{x}_3}} (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4) (x_2 \vee \bar{x}_3) =$$

$$= \bar{x}_3 \underbrace{(x_3 \vee x_2)(x_3 \vee \bar{x}_2)(\bar{x}_3 \vee x_2)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4)} =$$

Измним переменную x_2 : $\underbrace{(x_2 \vee x_3)(x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_2 \vee x_3)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)} \ominus$

Представим это выражение в виде:

$$\ominus (x_2 \vee x_3 \bar{x}_3) (\bar{x}_2 \vee x_3 \bar{x}_3) \longleftrightarrow \underbrace{(x_3 \vee x_3)(x_3 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3)}$$

Получим преобразование: $\bar{x}_3 \underbrace{x_3 \overbrace{(x_3 \vee \bar{x}_3)}^1 \overbrace{(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3)}^{\bar{x}_3}} (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4) =$

$$= \bar{x}_3 x_3 \bar{x}_3 (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4) \equiv 0, \text{ т.к. } x_3 \bar{x}_3 \equiv 0$$

Ответ: при любой конфигурации равно нулю
Не выполнено